

Lista zagadnień na egzamin magisterski dla kierunku Matematyka

Zagadnienia wspólne dla wszystkich specjalności:

1. Elementy logiki, rachunku zdań i rachunku zbiorów, kwantyfikatory.
2. Relacja równoważności, klasy abstrakcji relacji równoważności, relacje porządku.
3. Liczby naturalne i zasada indukcji.
4. Zbiory liczbowe, kresy zbiorów.
5. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne, równoliczność zbiorów.
6. Pojęcie funkcji. Podstawowe pojęcia dotyczące funkcji (obraz, przeciwobraz zbioru, funkcja różnowartościowa, odwrotna, złożenie funkcji).
7. Funkcje elementarne i ich własności.
8. Określenie ciągu liczbowego, definicja zbieżności ciągu, własności ciągów zbieżnych.
9. Definicja szeregu liczbowego, zbieżności szeregu liczbowego, warunek konieczny zbieżności szeregu, kryteria zbieżności szeregów liczbowych, różne rodzaje zbieżności szeregu liczbowego.
10. Pojęcie granicy funkcji rzeczywistej w punkcie, określenie funkcji ciągłej w punkcie i w zbiorze, własności funkcji ciągłych. Pojęcie jednostajnej ciągłości funkcji.
11. Określenie pochodnej funkcji, podstawowe własności funkcji różniczkowalnych. Twierdzenia o wartości średniej w rachunku różniczkowym i ich zastosowania.
12. Definicja ekstremum lokalnego funkcji jednej zmiennej. Warunek konieczny i warunki wystarczające istnienia ekstremum lokalnego. Ekstremum globalne funkcji.
13. Funkcje wielu zmiennych – pochodne, gradient, jacobian ekstrema lokalne.
14. Określenie ciągu i szeregu funkcyjnego, zbieżność punktowa i jednostajna. Własności zbieżności jednostajnej. Kryterium zbieżności jednostajnej szeregu funkcyjnego.
15. Szereg potęgowy, promień i przedział zbieżności. Twierdzenie Cauchy’ego-Hadamarda. Szereg Taylora i Maclaurina.
16. Definicja i własności funkcji pierwotnej, całki nieoznaczonej.
17. Określenie całki oznaczonej Riemanna i jej własności. Podstawowe twierdzenie rachunku całkowego. Twierdzenia o wartości średniej dla całek oznaczonych. Zastosowanie całek oznaczonych.
18. Definicja przestrzeni metrycznej, przykłady takich przestrzeni. Interpretacja znanych pojęć i twierdzeń w języku przestrzeni metrycznych.
19. Ciało liczb zespolonych. Interpretacja geometryczna liczby zespolonej, postać trygonometryczna liczby zespolonej, działania na liczbach zespolonych, pierwiastki z jedności. Podstawowe twierdzenie algebry.
20. Definicje i przykłady podstawowych struktur algebraicznych (grupy, pierścienie, ciała, przestrzenie liniowe). Pojęcia dotyczące przestrzeni liniowych (liniowa zależność i niezależność układu wektorów, baza i wymiar przestrzeni).
21. Algebra macierzy. Rząd macierzy i jego własności, wyznacznik i jego własności, macierz odwrotna, przekształcenia liniowe, układy równań liniowych (twierdzenie Cramera, twierdzenie Kroneckera-Capellego).
22. Iloczyn skalarny, baza ortogonalna, baza ortonormalna, iloczyn wektorowy, przekształcenia izometryczne.
23. Podstawowe wzory kombinatoryczne

24. Podstawowe pojęcia rachunku prawdopodobieństwa, przestrzeń probabilistyczna, klasyczna definicja prawdopodobieństwa, prawdopodobieństwo geometryczne, zmienne losowe.
25. Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego.
26. Przestrzenie topologiczne, działania na przestrzeniach topologicznych, baza przestrzeni topologicznej, własności topologiczne zbiorów.
27. Funkcje ciągłe (w przestrzeniach topologicznych), homeomorfizmy, spójność, zwartość, zupełność przestrzeni topologicznych, aksjomaty oddzielania.
28. Norma, przestrzeń unormowana, przestrzeń Banacha. Iloczyn skalarny, przestrzeń unitarna, przestrzeń Hilberta. Twierdzenie o rzucie ortogonalnym. Układ ortogonalny i ortonormalny, baza ortonormalna. Szereg Fouriera względem układu ortonormalnego.
29. Operatory liniowe ograniczone. Twierdzenie Banacha-Steinhaus. Twierdzenia o odwzorowaniu otwartym i o domkniętym wykresie. Twierdzenie Hahna-Banacha.
30. Funkcje holomorficzne. Twierdzenie Cauchy'ego dla prostokąta, wzór całkowy Cauchy'ego.
31. Szereg Laurenta, twierdzenie o residuach.
32. Miara i całka Lebesgue'a, Twierdzenie Fubini, twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod znakiem całki.
33. Elementy teorii grup i pierścieni (grupy abelowe, cykliczne, ilorazowe, pierścień ilorazowy, pierścień wielomianów). Homomorfizmy struktur.
34. Krzywa, krzywa regularna, długość krzywej. Krzywizna i skręcenie krzywej przestrzennej. Trójścian Freneta i wzory Freneta.
35. Zmienne i wektory losowe, wartość oczekiwana, wariancja i macierz kowariancji, niezależność zmiennych losowych, prawa wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne.

Zagadnienia dodatkowe dla specjalności nauczycielskiej w zakresie matematyki:

36. Metody nauczania i ich zastosowanie na lekcjach matematyki.
37. Cele nauczania matematyki ze szczególnym uwzględnieniem sposobu zapisu celów operacyjnych.
38. Psychologia poznawcza i behawioryzm oraz ich wpływ na nauczanie matematyki.

Zagadnienia dodatkowe dla specjalności matematyka finansowa i aktuarialna:

36. Proces stochastyczny i jego ciągłość, równoważność procesów, przykłady procesów stochastycznych, proces Wienera, proces Poissona, martyngały.
37. Wektory losowe, macierz kowariancji, rozkłady wielowymiarowe, wielowymiarowy rozkład normalny i jego własności.
38. Pojęcie kontraktu ubezpieczeniowego. Kontrakty typu stop-loss i ich własności.
39. Warunkowe rozkłady zmiennych losowych, warunkowa wartość oczekiwana i wariancja. Zastosowania tych pojęć w modelowaniu heterogenicznych portfeli ryzyk.
40. Twierdzenie Fishera i jego konsekwencje, analiza wariancji, testy zgodności rozkładów.
41. Proces nadwyżki ubezpieczyciela, prawdopodobieństwo ruiny i jego aproksymacje.

Zagadnienia dodatkowe dla specjalności matematyka ogólna i finansowa (studia niestacjonarne):

36. Proces stochastyczny, przykłady procesów stochastycznych, proces Poissona, proces Wienera i jego zastosowanie w opisie zmienności cen aktywów.
37. Wektory losowe, macierz kowariancji, rozkłady wielowymiarowe, wielowymiarowy rozkład normalny i jego własności
38. Klasyfikacje instrumentów finansowych, czynniki ryzyka związane z poszczególnymi instrumentami finansowymi, pojęcie dźwigni finansowej
39. Dyskretne modele wyceny opcji europejskiej i amerykańskiej, pojęcie braku arbitrażu, rynku doskonałego, strategie osłonowe